

TD N° 16: THERMODYNAMIQUE

Machines thermiques en écoulement stationnaire - utilisation des diagrammes
(ln(P), h) et (T, s)

_____ Révisions MPSI: machines thermiques _____

EXERCICE N°1: Moteur ditherme avec sources "épuisables": du bon usage des principes de thermodynamique pour une transformation élémentaire

Un moteur thermique réversible fonctionne entre deux sources, de même capacité thermique $C = 400 \text{ kJ.K}^{-1}$, dont les températures T_c et $T_f (< T_c)$ ne sont pas maintenues constantes. Les températures initiales des sources sont respectivement $T_{01} = 373 \text{ K}$ et $T_{02} = 283 \text{ K}$.

- ❶ Ecrire, pour un cycle dont les échanges énergétiques élémentaires sont δW , δQ_c et δQ_f , les bilans énergétique et entropique de la machine, au cours d'un fonctionnement supposé réversible.
- ❷ Quelle est la température T_0 des deux sources lorsque le moteur s'arrête de fonctionner?
- ❸ Calculer le travail fourni par ce moteur jusqu'à son arrêt.
- ❹ Calculer le rendement du moteur. Comparer cette valeur au rendement théorique maximal que l'on aurait obtenu si les températures initiales des deux sources avaient été maintenues constantes.

EXERCICE N°2: Réfrigérateur tritherme à absorption

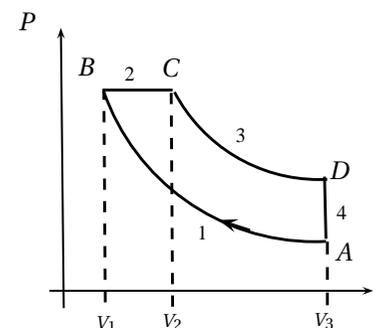
Un réfrigérateur de camping fonctionne comme une machine à absorption dans laquelle, grâce à une source thermique auxiliaire, le bouilleur, on fait varier la solubilité de l'ammoniac dans l'eau.

En régime stationnaire, la température de la source froide, dans laquelle ce liquide s'évapore, est $T_f = -6^{\circ}\text{C}$, la température de la source chaude constituée par l'extérieur est $T_c = 30^{\circ}\text{C}$ et la température du bouilleur constitué d'une résistance chauffante est $T_b = 220^{\circ}\text{C}$.

- ❶ Effectuer un bilan énergétique et entropique de la machine sur un cycle. On désigne par Q_c et Q_f les chaleurs fournies à la machine par les sources chaude et froide, et par Q_b la chaleur fournie par le bouilleur.
- ❷ Représenter, sur un diagramme de Raveau, les deux droites traduisant des relations linéaires entre Q_c et Q_f . Montrer que le rapport $\frac{Q_b}{T_b}$ s'ajoute au terme de création d'entropie. En déduire que $Q_b > 0$ et $T_b > T_c$.
- ❸ a. Trouver l'expression de l'efficacité η de cette machine frigorifique. En déduire sa valeur maximale.
b. Sachant que $\eta = 2,5$ et que le bouilleur consomme une puissance thermique moyenne de $\mathcal{P}_{u,b} = 384 \text{ kWh.an}^{-1}$, calculer la création d'entropie par seconde, ainsi que les puissances thermiques échangées avec les sources froide et chaude.

EXERCICE N°3: Moteur turbodiesel

On considère un moteur dont le cycle thermodynamique de fonctionnement est représenté par le diagramme de Watt (P, V) ci-dessous:



On donne les grandeurs suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \frac{c_p}{c_v} \\ a = \frac{V_3}{V_1} \text{ rapport de compression} \\ b = \frac{V_2}{V_1} \text{ rapport de surchauffe} \end{array} \right.$$

- ❶ Identifier les différentes phases du cycle.
- ❷ Calculer Q_2 en fonction des températures concernées.
- ❸ Même question pour Q_4 .
- ❹ Donner le rendement du moteur et l'exprimer en fonction de γ , a , et b .

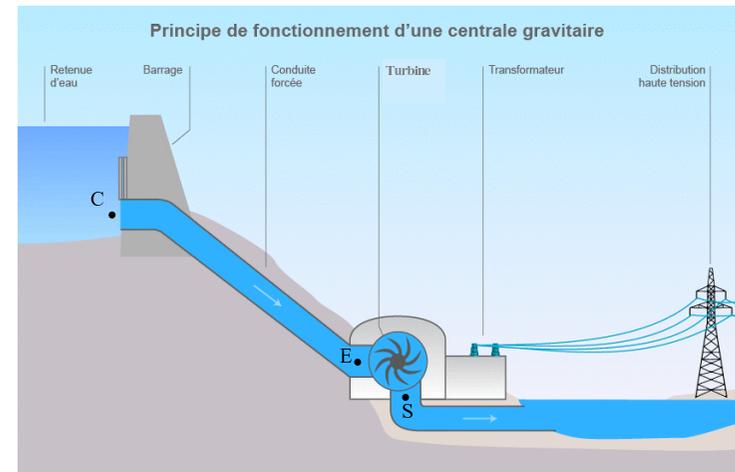
_____ Machines thermiques en écoulement permanent _____

EXERCICE N°4: Etude énergétique d'une centrale hydroélectrique

Un lac de retenue d'eau est connecté à une centrale hydroélectrique par l'intermédiaire d'une galerie souterraine. On note H le dénivelé entre le captage d'eau et la station où se trouve la turbine entraînée par la chute d'eau.

On souhaite établir, en régime stationnaire, un bilan enthalpique et un bilan entropique pour l'unité de masse d'eau:

- D'une part entre le point de captage C et l'entrée de la turbine E ;
- D'autre part entre C et la sortie S de la turbine.



On note c la capacité thermique massique de l'eau, que l'on suppose constante vis à vis de la température.

- ❶ Rappeler l'expression de l'enthalpie massique et de l'entropie massique pour une phase condensée (l'eau reste liquide dans tout l'exercice). On cherchera à retrouver ces expressions si elles ne sont pas connues.
- ❷ Qu'indique le bilan en masse en régime stationnaire?
- ❸ Entre les points C et E , quels sont les caractéristiques de la transformation?
 - Quels termes peut-on négliger dans le bilan enthalpique?
 - Si l'on suppose que l'état thermodynamique de l'eau ne varie pas durant cette évolution, quelle loi obtient-on?
- ❹ On raisonne pour l'ensemble de l'installation entre les points C et S . Les différentes phases de l'évolution (chute/traversée de la turbine) sont supposées suffisamment rapides pour que l'on puisse négliger l'échange thermique avec les parois.

Ecrire et commenter le bilan enthalpique en faisant les approximations qui paraissent justifiées.

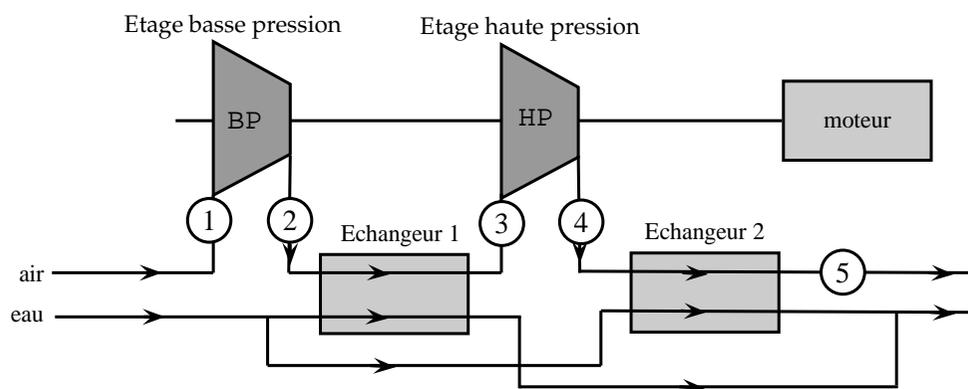
- ❺ Traduire le bilan entropique par une relation entre les températures en C et en S .

En déduire une inégalité faisant apparaître le travail massique électrique produit par la centrale, le dénivelé H et des constantes du problème.

- ⑥ Exprimer le nombre maximal de kilowatts par mètre de dénivelé que l'on peut obtenir avec un débit de $1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

EXERCICE N°5: Compresseur à deux étages

On considère le dispositif compresseur à deux étages schématisé ci-dessous:



On néglige les variations d'énergie cinétique de l'air qui est assimilé à un gaz parfait:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} = 1,4 \quad c_p = 1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

L'air est admis dans l'état 1 ($P_1 = 1 \text{ bar}$, $T_1 = 300 \text{ K}$). Il est comprimé dans l'étage basse pression jusqu'à la pression $P_2 = 4 \text{ bar}$. Cet étage est supposé adiabatique, et son rendement par rapport à l'isentropique est $\eta = 0,9$.

Par définition, $\eta = \frac{W'_i}{W_i}$ si W_i est le travail utile et W'_i le travail utile d'une isentropique fictive entre l'état 1 et la pression P_2 .

Il passe dans un échangeur thermique où il subit un refroidissement isobare jusqu'à la température $T_3 = 320 \text{ K}$.

Il est à nouveau comprimé cette fois dans l'étage haute pression, adiabatique, de rendement $\eta = 0,9$ par rapport à l'isentropique, jusqu'à la pression $P_4 = 8 \text{ bar}$.

Il passe enfin dans un échangeur, où il est refroidi de façon isobare jusqu'à la température $T_5 = 350 \text{ K}$. Le débit massique est $D_m = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

- ① Tracer en diagramme de Clapeyron, soit $P = f(v)$ (v désignant le volume massique) l'évolution du fluide au cours du fonctionnement du système. Justifier l'intérêt de recourir à une compression en deux étapes.
- ② Calculer la puissance fournie par le moteur.
- ③ Les échangeurs sont adiabatiques, et le réfrigérant est de l'eau de caractéristiques:

$$\begin{cases} c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ \theta(\text{entrée}) = 10^0 \text{ C} \\ \theta(\text{sortie}) = 30^0 \text{ C} \end{cases}$$

Calculer le débit D' d'eau du circuit de refroidissement.

- ④ Calculer la puissance du moteur et le débit du réfrigérant si on tient compte d'une perte de charge de $0,2 \text{ bar}$ dans les échangeurs, les pressions P_3 et P_5 restant égales à 4 bar et 8 bar .

EXERCICE N°6: Principe de fonctionnement d'un turboréacteur

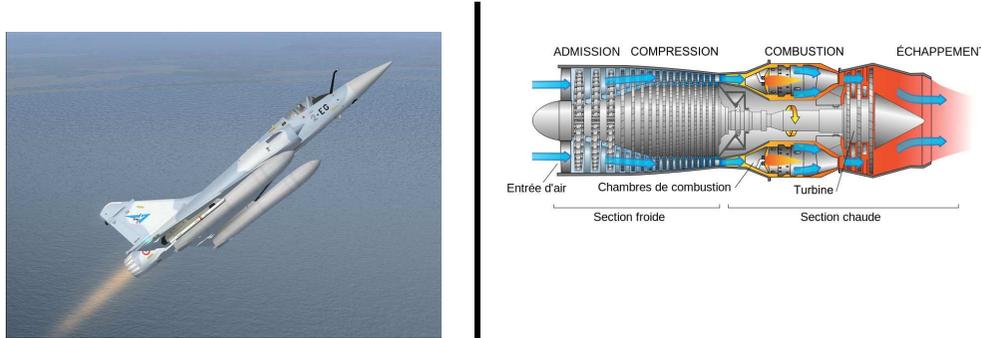


Figure 1: Mirage 2000 en ascension faisant usage de sa postcombustion

Le schéma de principe d'un turboréacteur d'avion de chasse (ex: moteur SNECMA M53 du mirage 2000) est indiqué sur le schéma ci-dessus. En fonctionnement économique, l'air entrant dans le réacteur est comprimé puis mélangé à du carburant et brûlé. Le mélange brûlé est accéléré dans une tuyère, et éjecté à grande vitesse. Ainsi l'énergie thermique générée par la combustion est convertie en énergie cinétique de manière à générer une poussée sur l'avion dont est solidaire le turboréacteur. Pour obtenir une poussée plus importante, le pilote peut enclencher la postcombustion (afterburner en anglais): le mélange subit alors une seconde combustion entre la sortie de la turbine et l'entrée de la tuyère.

FONCTIONNEMENT: le compresseur axial aspire l'air ambiant via le carter d'admission à la température $T_1 = 288 \text{ K}$ et à la pression $P = 1 \text{ bar}$.

- **étape 1** \rightarrow 2: après combustion de P_1 à $P_2 = 6,15 \text{ bar}$, l'air est admis dans la première chambre de combustion où le carburant est injecté.
- **étape 2** \rightarrow 3: le mélange air-carburant est chauffé par la combustion à la température $T_3 = 1250 \text{ K}$.
- **étape 3** \rightarrow 4: détente partielle dans la turbine axiale.
- **étape 4** \rightarrow 5: postcombustion enclenchée. Après passage dans la turbine, les gaz comburés sont admis dans la seconde chambre de postcombustion où ils subissent une seconde combustion les menant à la température $T_5 = 1930 \text{ K}$.

- **étape 5** \rightarrow 6: Les gaz sont ensuite admis dans la tuyère à la pression P_5 et à la vitesse supposée nulle, et s'y détendent jusqu'à la pression ambiante $P_6 = 1 \text{ bar}$.

HYPOTHÈSE: on suppose que le régime est permanent, que l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas dans tout le problème et que l'énergie cinétique ne varie que dans la tuyère. L'écoulement est unidimensionnel. Le coefficient isentropique de l'air est $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ est considéré comme constant et pris égal à 1,4. On rappelle que la capacité calorifique massique du gaz à la pression constante est $c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$ où $r = \frac{R}{M}$, avec $R = 8,3144 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ la constante des gaz parfaits et M la masse molaire du gaz.

Pour les applications numériques, on prendra $c_p = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Les caractéristiques de l'air ne sont pas modifiées par la combustion. Le débit massique est pris égal à $D_m = 1 \text{ kg.s}^{-1}$ dans tout le système. Les évolutions dans la tuyère, la turbine et le compresseur sont supposées adiabatiques et réversibles. Le système ne comporte aucune pièce mobile en dehors de la turbine et du compresseur. Les pertes de charge sont négligées dans les deux chambres de combustion qui sont donc isobares. Le compresseur et la turbine ont un arbre de transmission rotatif commun. On néglige les pertes mécaniques par frottement dans le compresseur, la turbine est au niveau des paliers de l'arbre qui les relie. Ainsi la puissance mécanique fournie par l'écoulement dans la turbine est intégralement transmise au compresseur.

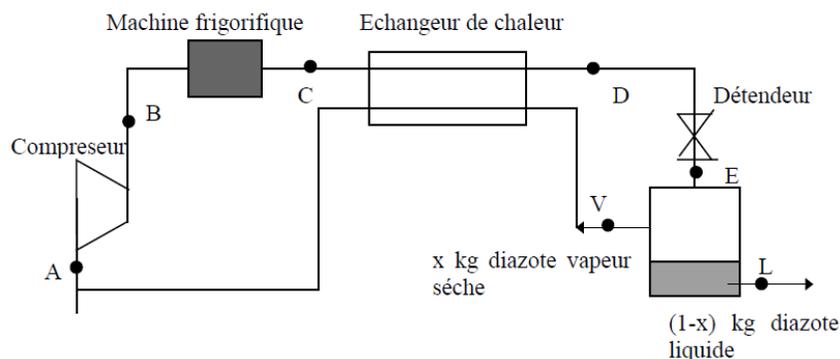
Pour une ascension rapide en interception, ou au décollage, le pilote de l'avion à recours à la postcombustion.

- ❶ Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la température et du travail massique indiqué en fin de compression à l'état (2).
- ❷ Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la température T_4 et de la pression P_4 en sortie de turbine dans l'état 4.
- ❸ Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la températures T_6 et de la vitesse des gaz éjectés V_6 en sortie de tuyère dans l'état (6).

- ④ Donner les expressions littérales et les valeurs numériques de la quantité de chaleur massique totale q_{comb} fournie au gaz lors des combustions et de l'énergie cinétique massique e_c en sortie de tuyère. En déduire le rendement thermique du turboréacteur η_{th} défini par le rapport entre l'énergie cinétique massique de l'air en sortie de tuyère et la sommes des quantités de chaleur fournies à l'air lors des combustions.
- ⑤ Une fois en altitude, le vol de croisière s'effectue sans recours à la postcombustion. En reprenant la démarche suivie précédemment mais en supprimant l'étape (4) \rightarrow (5), évaluer le rendement thermique du turboréacteur η_{th} en régime de croisière. Conclure.

EXERCICE N°7: Liquéfaction du diazote par le procédé Linde -usage d'un diagramme (T, s)

On propose dans cet exercice d'examiner le principe de liquéfaction du diazote par le procédé Linde-Hampson, inventé par l'ingénieur *Carl Paul Gottfried von Linde* en 1895. Le schéma synoptique de fonctionnement est présenté ci-dessous:



Le diazote gazeux entre dans le compresseur dans l'état A caractérisé par la pression $P_A = 1 \text{ bar}$ et la température $T_A = 290 \text{ K}$. Il y subit une compression isotherme que l'amène à la pression $P_B = 200 \text{ bar}$.

Un premier refroidissement, effectué grâce à une machine frigorifique M , l'amène à une température $T_C = 220 \text{ K}$, sans chagement de pression.

Il est ensuite encore refroidi à pression constante dans un échangeur de chaleur E par le gaz recyclé jusqu'à la température $T_D = 158 \text{ K}$.

Puis il est détendu isenthalpiquement jusqu'à la pression atmosphérique $P_A = 1 \text{ bar}$ dans le détendeur (point E).

Le diazote liquide est extrait du séparateur S (point L) et la vapeur sèche (point V) est utilisée pour refroidir le diazote dans l'échangeur. On note: $y = (l - x)$ la masse de diazote liquide obtenue pour 1 kg de diazote comprimé.

On suppose que tous les circuits sont parfaitement calorifugés et on néglige toute variation d'énergie cinétique et potentielle.

- ① Placer les points A, B, C, D, E, L, V sur le diagramme entropique (T, s) du diazote (nom normalisé: R728) imprimé en fin de cet énoncé de TD. En déduire la température T_E .
- ② **Etude de la compression isotherme**
 - a. Montrer que la quantité de chaleur Q_{AB} échangée au cours de la compression isotherme et réversible de 1 kg de diazote est égale à $Q_{AB} = T(s_B - s_A)$. Calculer numériquement Q_{AB} .
 - b. Le compresseur est refroidi uniquement par un circuit d'eau dans lequel l'eau subit une augmentation de température de $\Delta\theta = +10^0\text{C}$. Déterminer la masse d'eau nécessaire au refroidissement du compresseur lorsque celui-ci comprime 1 kg de diazote.
 - c. Déterminer le travail échangé $W_{AB \text{ theorique}}$ entre l'unité de masse de diazote et le compresseur si on admet que la compression s'effectue de façon isotherme et réversible, et que le diazote est assimilé à un gaz parfait.
 - d. Comparer Q_{AB} et $W_{AB \text{ theorique}}$. Que constate-t-on? D'où peut provenir la différence? Que choisir pour W_{AB} ?

③ Etude de la machine frigorifique

La machine frigorifique enlève à pression constante une quantité de chaleur Q_{BC} au diazote alors qu'elle fournit un travail W_{BC} . La machine frigorifique a un coefficient d'efficacité : $e = 3$

- a. Pourquoi peut-on écrire : $Q_{BC} = h_C - h_B$.
- b. En utilisant le diagramme, déterminer la quantité de chaleur Q_{BC} enlevée par la machine frigorifique à 1 kg de diazote gazeux passant de l'état B à l'état C.
- c. Calculer le travail W_{BC} dépensé par la machine frigorifique.

④ Détermination du titre x de la vapeur

- a. Donner la relation entre x et les entropies massiques s_E, s_V et s_L .
- b. En déduire x .

⑤ Bilan

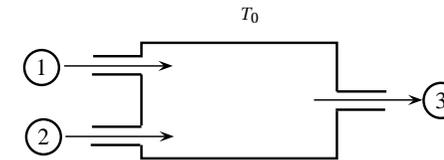
- a. Calculer l'énergie dépensée pour produire 1 kg de diazote liquide.
- b. En déduire la puissance de l'installation si l'on désire obtenir 10 kg de diazote liquide par heure.

DONNÉES: $\left\{ \begin{array}{l} \text{capacité thermique massique de l'eau: } c_p = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \\ \text{masse molaire de diazote: } M = 28,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1} \\ \text{Constante des gaz parfaits: } R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1} \end{array} \right.$

EXERCICE N°8: Mélangeur diphasique

Un écoulement d'eau à la température $T_1 = 10^\circ\text{C}$ pénètre par l'entrée 1 d'un mélangeur calorifugé et isobare dans lequel règne une pression de 1 bar. Il s'y mélange avec un écoulement de vapeur d'eau à la température $T_2 = 150^\circ\text{C}$ entrant par l'entrée 2. L'écoulement résultant du mélange isobare des deux fluides émerge de la chambre à la température de $T_3 = 50^\circ\text{C}$. On note $T_0 = 25^\circ\text{C}$ la température du milieu extérieur autour du mélangeur, dans son environnement immédiat (elle est supposée uniforme et constante).

¹Téléchargeable sur le site MP3



HYPOTHÈSE: l'écoulement est 1D et en régime permanent; on néglige toute variation d'énergie cinétique et potentielle des fluides.

On donne les débits massiques des écoulements $D_m(1) = 0,938 \text{ kg.s}^{-1}$ et $D_m(2) = 0,062 \text{ kg.s}^{-1}$

ainsi que les valeurs suivantes utiles:

état	$h(\text{kJ.kg}^{-1})$	$s(\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1})$
1	41,1	0,148
2	2776	7,613
3	209,7	0,705

NB: données calculées à l'aide du «réfrigérant calculator» du logiciel Coolpack¹ V1.5 (icône R22)

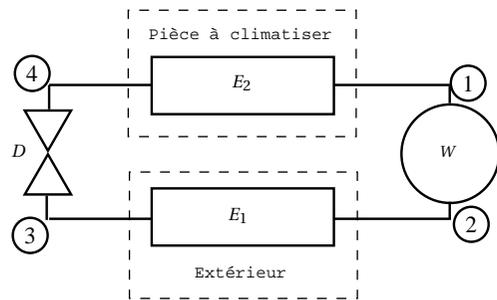
- ① Montrer que l'hypothèse de mélangeur calorifugé est bien légitime.
- ② Etablir l'expression littérale et la valeur numérique du taux de création d'entropie \dot{S}_c dans le mélangeur. Commenter. On précisera clairement le système étudié.

EXERCICE N°9: Etude d'un climatiseur

Tout comme les réfrigérateurs, les climatisations modernes comportent un fluide caloporteur type R134a. Dans cet exercice, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle massique du caloporteur. Le compresseur W aspire le fluide sous une basse pression, le comprime en lui fournissant un travail et le refoule à haute pression. Pour simplifier, on considère que la compression est adiabatique et réversible. Le détendeur D, calorifugé et sans pièce mécanique mobile est muni

d'un pointeau qui permet de réguler le débit du fluide. La chute de pression est due aux variations de section dans cet élément.

Les échangeurs thermiques E_1 et E_2 sont isobares (suivant le fonctionnement, il s'agit d'un évaporateur ou d'un condenseur), dépourvus de pièce mécanique mobile. Ils sont en contact pour l'un avec le milieu ambiant à climatiser, et pour l'autre avec l'air extérieur. On suppose que les pressions sont uniformes dans chacune des deux parties du circuit: la partie haute pression où la pression est fixée à 10 bar et la partie basse pression où elle vaut 2 bar. Cela revient donc à négliger les pertes de charge sauf dans le détendeur évidemment.



NB: vous trouverez en fin d'énoncé de ce TD le diagramme enthalpique ($\ln(P), h$) du caloporteur R134a.

- ❶ Préciser et justifier la nature des transformations subies par le caloporteur (isobare, isotherme, isenthalpique ou isentropique) au cours du cycle. On veut refroidir la pièce en contact avec l'échangeur E_2 . Dans ce cas l'échangeur E_1 est un condenseur: le fluide y entre en 2 à haute pression sous forme de vapeur sèche, il en ressort sous forme de liquide saturant en 3, à la température T_3 . E_2 est un évaporateur: le fluide y est admis à basse pression sous forme de mélange liquide-vapeur en 4, et se vaporise totalement pour en ressortir sous forme de vapeur sèche saturante en 1 à la température T_1 .
- ❷ En expliquant la nature de chaque étape, montrer que le fonctionnement correspond bien à un refroidissement de la source froide en contact avec l'air de la pièce.
- ❸ On dispose du diagramme ($\ln(P), h$) du caloporteur (cf document ci-après). Évaluez graphiquement la chaleur latente de vaporisation pour une pression de 2 bar. Quel intérêt présente de ce point de vue, l'utilisation de ce fluide?

Tracer le cycle d'évolution du fluide dans ce diagramme. Relever les valeurs pertinentes P, T, h , et x_v aux différents point clés du cycle.

- ❹ Déterminer les expressions littérales et numériques des transferts énergétiques massiques w_i et q_i en fonction des enthalpies massiques aux points remarquables du cycle. Appliquer le premier principe au système fermé constitué d'une unité de masse du fluide décrivant le cycle complet. Commenter.
- ❺ Définir et calculer le coefficient de performance (noté COP) de cette climatisation. Quel serait ce coefficient (COP_{Carnot}) si le fluide décrivait un cycle de Carnot en effectuant les échanges thermiques avec les mêmes sources de chaleur? En quoi le cycle étudié diffère-t-il d'un cycle de Carnot?

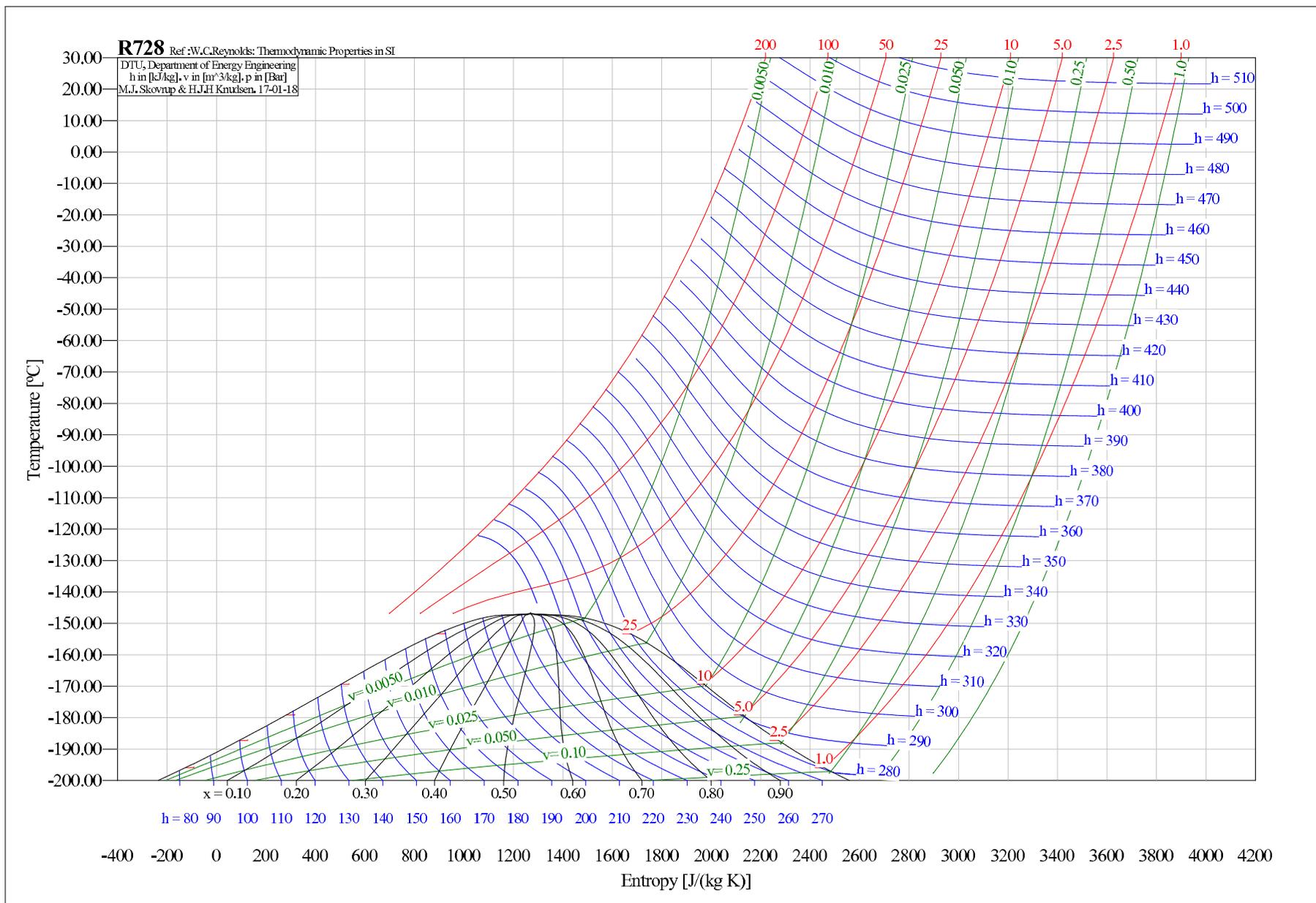


Figure 2: Diagramme (T, s) du diazote N₂ (nom normalisé: R728)

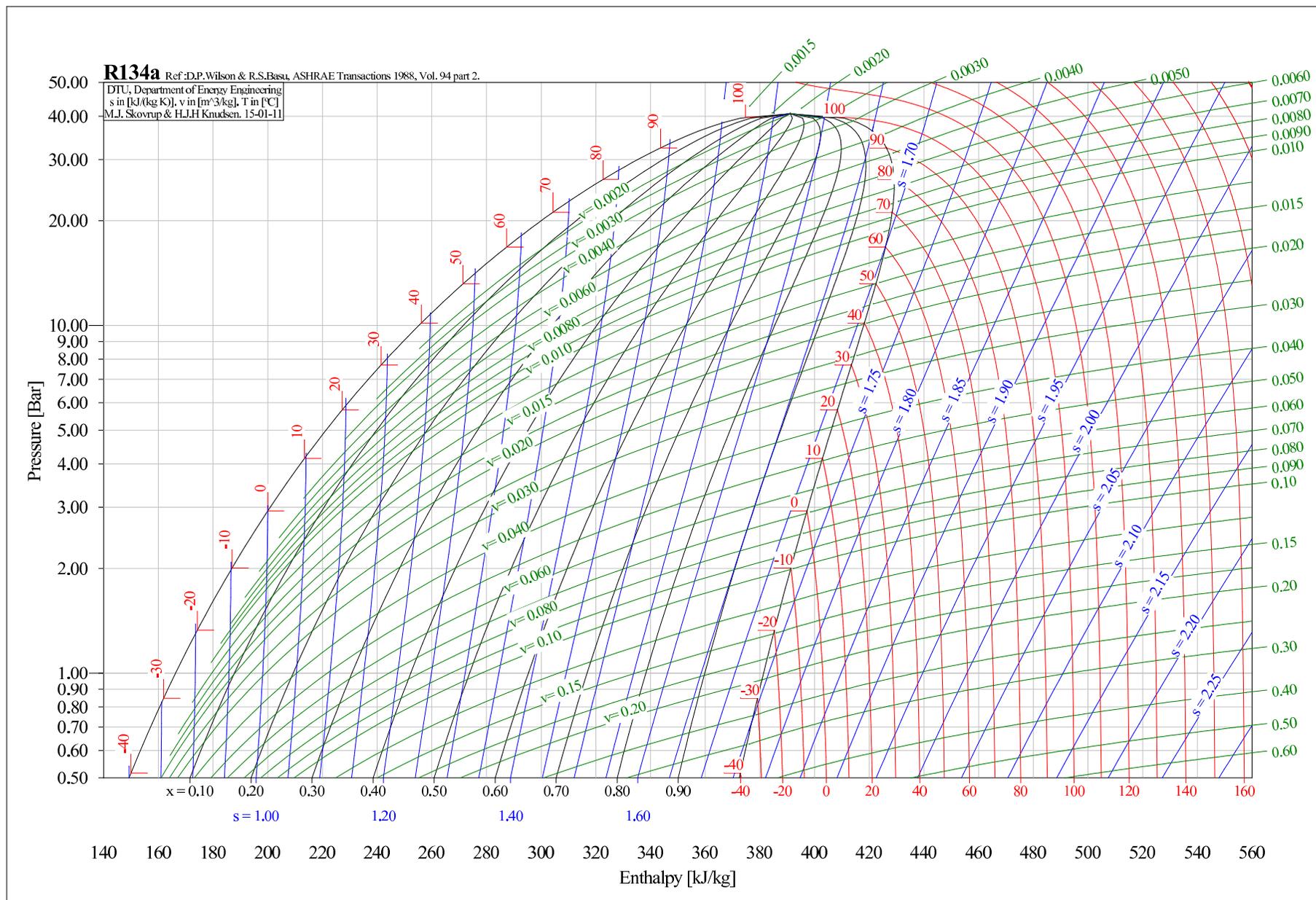


Figure 3: Diagramme $(\ln(P), h)$ du caloporteur R134a (tétrafluoroéthane)